# 1245(5∨6)(3∨6)(2∨3∨4)(1∨2∨3∨4∨6)=1245(53∨6)(2∨3∨4)=1245(~~532~~∨53∨~~345~~∨

# ∨62∨63∨46)=12345∨12456∨~~123456~~∨~~12456~~=12345∨12456

# 

Выбираем любое Ψi , которое содержит минимальное число букв:

Ψ1={ y1y2y3y4y5 } содержит 5 букв ⇒ хроматическое число **γ(G)=5**.

Далее запишем для раскраски графа следующее:

y1 → Φ1={x1, x2,x3,x4,x5,x7}⇒**S1={x6, x8}** —

эти вершины окрашиваем в цвет “1”

y2 → Φ2={x1,x2,x3,x5,x6}⇒**S2={x4, x7, x8}** ⇒{**x4,x7**} —

эту вершину окрашиваем в цвет “2”

y3 → Φ3={x1,x2,x4,x5,x6}⇒**S3={x3, x7, x8}** ⇒{**x3**} —

эти вершины окрашиваем в цвет “3”

y4 → Φ4={x1,x3,x4,x5,x6}⇒**S4={x2, x7, x8}** ⇒{**x2**} —

эту вершину окрашиваем в цвет “4”

y5 → Φ5={x2,x3,x4,x6,x7,x8}⇒**S5={x1, x5}** —

эти вершины окрашиваем в цвет “5”

4

5

X2

X1

1

3

X8

X3

2

X4

2

X7

5

X5

1

X6

# Задание №3

Решить задачу коммивояжера для данной матрицы расстояний.

(Задача коммивояжера:

Коммивояжер должен выехать из заданного города, объехать все остальные города и вернуться назад по кратчайшему маршруту.)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 1 | \* | 25 | 30 | 14 | 20 | 18 | 46 | 9 |
| 2 | 35 | \* | 17 | 42 | 61 | 72 | 8 | 18 |
| 3 | 27 | 9 | \* | 15 | 21 | 27 | 39 | 18 |
| 4 | 16 | 31 | 63 | \* | 72 | 42 | 42 | 81 |
| 5 | 27 | 12 | 18 | 65 | \* | 45 | 15 | 36 |
| 6 | 16 | 10 | 32 | 25 | 42 | \* | 12 | 31 |
| 7 | 22 | 43 | 94 | 21 | 18 | 28 | \* | 17 |
| 8 | 22 | 50 | 16 | 28 | 30 | 27 | 52 | \* |

### Решение:

В клетку с индексом ***ii*** ставим символ \***.** Затем с помощью процедуры редукции сначала производим приведение матрицы по строкам, а потом — по столбцам.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |  |  | |  |
| 1 | \* | 16 | 21 | 5 | 11 | 9 | 37 | 0 |  | 9 | |  |
| 2 | 27 | \* | 9 | 34 | 53 | 64 | 0 | 10 |  | 8 | |
| 3 | 18 | 0 | \* | 6 | 12 | 18 | 30 | 9 |  | 9 | |
| 4 | 0 | 15 | 47 | \* | 56 | 26 | 26 | 65 |  | 16 | |
| 5 | 15 | 0 | 6 | 53 | \* | 33 | 3 | 24 |  | 12 | |
| 6 | 6 | 0 | 22 | 15 | 32 | \* | 2 | 21 |  | 10 | |
| 7 | 5 | 26 | 77 | 4 | 1 | 11 | \* | 0 |  | 17 | |
| 8 | 6 | 34 | 0 | 12 | 14 | 11 | 36 | \* |  | 16 | |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | ∑=97 | | |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |  | |  | | |
| 1 | \* | 16 | 21 | 1 | 10 | 0 | 37 | 0 |
| 2 | 27 | \* | 9 | 30 | 52 | 55 | 0 | 10 |
| 3 | 18 | 0 | \* | 2 | 11 | 9 | 30 | 9 |
| 4 | 0 | 15 | 47 | \* | 55 | 17 | 26 | 65 |  | | |
| 5 | 15 | 0 | 6 | 49 | \* | 24 | 3 | 24 |
| 6 | 6 | 0 | 22 | 11 | 31 | \* | 2 | 21 | Все маршруты, найденные в ходе решения, больше либо равны 111 | | |
| 7 | 5 | 26 | 77 | 0 | 0 | 2 | \* | 0 |
| 8 | 6 | 34 | 0 | 8 | 13 | 2 | 36 | \* |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 0 | 0 | 0 | 4 | 1 | 9 | 0 | 0 | ∑=111 | |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Нулевая  клетка | **Число вычитаемое из** | | **∑** |  |
| строки | столбца |
| (1,6) | 0 | 2 | 2 |
| (1,8) | 0 | 0 | 0 |
| (2,7) | 9 | 2 | 11 |
| (3,2) | 2 | 0 | 2 |
| (4,1) | 15 | 5 | 20 | **⇒4→1** |
| (5,2) | 3 | 0 | 3 | Из города 4 едет в 1 |
| (6,2) | 2 | 0 | 2 |
| (7,4) | 0 | 1 | 1 |
| (7,5) | 0 | 10 | 10 |
| (7,8) | 0 | 0 | 0 |
| (8,3) | 2 | 6 | 8 |

Вычеркиваем строку 4 и столбец 1, а в клетку **(1,4)** ставим символ **\***.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 1 | 16 | 21 | \* | 10 | 0 | 37 | 0 |
| 2 | \* | 9 | 30 | 52 | 55 | 0 | 10 |
| 3 | 0 | \* | 2 | 11 | 9 | 30 | 9 |
| 5 | 0 | 6 | 49 | \* | 24 | 3 | 24 |
| 6 | 0 | 22 | 11 | 31 | \* | 2 | 21 |
| 7 | 26 | 77 | 0 | 0 | 2 | \* | 0 |
| 8 | 34 | 0 | 8 | 13 | 2 | 36 | \* |

∑=111

Так как данную матрицу привести невозможно, строим таблицу нулевых клеток.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Нулевая  клетка | **Число вычитаемое из** | | **∑** |  |
| строки | столбца |  |
| (1,6) | 0 | 2 | 2 |  |
| (1,8) | 0 | 0 | 0 |  |
| (2,7) | 9 | 2 | 11 |  |
| (3,2) | 2 | 0 | 2 | Из города **2** едет в **7** |
| (5,2) | 3 | 0 | 3 | **⇒2→7 , 4→1** |
| (6,2) | 2 | 0 | 2 |  |
| (7,4) | 0 | 2 | 2 |  |
| (7,5) | 0 | 10 | 10 |
| (7,8) | 0 | 0 | 0 |
| (8,3) | 2 | 6 | 8 |

Вычеркиваем строку 2 и столбец 7, а в клетку **(7,2)** ставим символ **\***.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 |
| 1 | 16 | 21 | \* | 10 | 0 | 0 |
| 3 | 0 | \* | 2 | 11 | 9 | 9 |
| 5 | 0 | 6 | 49 | \* | 24 | 24 |
| 6 | 0 | 22 | 11 | 31 | \* | 21 |
| 7 | \* | 77 | 0 | 0 | 2 | 0 |
| 8 | 34 | 0 | 8 | 13 | 2 | \* |

∑=111

Так как данную матрицу привести невозможно, строим таблицу нулевых клеток.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Нулевая  клетка | **Число вычитаемое из** | | **∑** |  |
| строки | столбца |  |
| (1,6) | 0 | 2 | 2 |  |
| (1,8) | 0 | 0 | 0 |  |
| (3,2) | 2 | 0 | 2 | Из города **6** едет в **2** |
| (5,2) | 6 | 0 | 6 | **⇒6→2→7 , 4→1** |
| (6,2) | 11 | 0 | 11 |  |
| (7,4) | 0 | 2 | 2 |  |
| (7,5) | 0 | 10 | 10 |
| (7,8) | 0 | 0 | 0 |
| (8,3) | 2 | 6 | 8 |

Вычеркиваем строку 6 и столбец 2, а в клетку **(7,6)** ставим символ \*(избегаем зацикливания **6→2→7).**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 |
| 1 | 21 | \* | 10 | 0 | 0 |
| 3 | \* | 2 | 11 | 9 | 9 |
| 5 | 6 | 49 | \* | 24 | 24 |
| 7 | 77 | 0 | 0 | \* | 0 |
| 8 | 0 | 8 | 13 | 2 | \* |

Производим приведение матрицы по строкам.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 |  |  |  |
| 1 | 21 | \* | 10 | 0 | 0 |  | 0 |  |
| 3 | \* | 0 | 9 | 7 | 7 |  | 2 |
| 5 | 0 | 43 | \* | 18 | 18 |  | 6 |
| 7 | 77 | 0 | 0 | \* | 0 |  | 0 |
| 8 | 0 | 8 | 13 | 2 | \* |  | 0 |
|  |  |  |  |  |  |  | ∑=119 | |

Так как данную матрицу привести по столбцам невозможно, строим таблицу нулевых клеток.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Нулевая  клетка | **Число вычитаемое из** | | **∑** |  |
| строки | столбца |  |
| (1,6) | 0 | 2 | 2 |  |
| (1,8) | 0 | 0 | 0 |  |
| (3,4) | 7 | 0 | 7 | Из города **5** едет в **3** |
| (5,3) | 18 | 0 | 18 | **⇒6→2→7 , 4→1,** |
| (7,4) | 0 | 0 | 0 | **5→3** |
| (7,5) | 0 | 9 | 0 |
| (7,8) | 0 | 0 | 0 |
| (8,3) | 0 | 2 | 2 |

Вычеркиваем строку 5 и столбец 3, а в клетку **(3,5)** ставим символ **\***.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 4 | 5 | 6 | 8 |
| 1 | \* | 10 | 0 | 0 |
| 3 | 0 | \* | 7 | 7 |
| 7 | 0 | 0 | \* | 0 |
| 8 | 8 | 13 | 2 | \* |

Производим приведение матрицы по строкам.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 4 | 5 | 6 | 8 |  |  |  |
| 1 | \* | 10 | 0 | 0 |  | 0 |  |
| 3 | 0 | \* | 7 | 7 |  | 0 |
| 7 | 0 | 0 | \* | 0 |  | 0 |
| 8 | 6 | 11 | 0 | \* |  | 2 |
|  |  |  |  |  |  | ∑=121 | |

Так как данную матрицу привести по столбцам невозможно, строим таблицу нулевых клеток.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Нулевая  клетка | **Число вычитаемое из** | | **∑** |  |
| строки | столбца |  |
| (1,6) | 0 | 2 | 2 |  |
| (1,8) | 0 | 0 | 0 |  |
| (3,4) | 7 | 0 | 7 | Из города **7** едет в **5** |
| (7,4) | 0 | 0 | 0 | **⇒6→2→7→5→3 , 4→1,** |
| (7,5) | 0 | 10 | 10 |
| (7,8) | 0 | 0 | 0 |
| (8,6) | 6 | 0 | 6 |

Вычеркиваем строку 7 и столбец 5, а в клетку **(3,6)** ставим символ \*(избегаем зацикливания **6→2→7→5→3).**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 4 | 6 | 8 |
| 1 | \* | 0 | 0 |
| 3 | 0 | \* | 7 |
| 8 | 6 | 0 | \* |

∑=121

Так как данную матрицу привести невозможно, строим таблицу нулевых клеток.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Нулевая  клетка | **Число вычитаемое из** | | **∑** |  |
| строки | столбца |  |
| (1,6) | 0 | 0 | 0 |  |
| (1,8) | 0 | 7 | 7 | Из города 7 едет в 5 |
| (3,4) | 7 | 6 | 13 | **⇒6→2→7→5→3→** |
| (8,6) | 6 | 0 | 6 | **→4→1,** |

Вычеркиваем строку 3 и столбец 4, а в клетку **(1,6)** ставим символ \*(избегаем зацикливания **6→2→7→5→3→4→1).**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 6 | 8 |
| 1 | \* | 0 |
| 8 | 0 | \* |

9

16

15

18

18

8

10

**       **

27

Кратчайший маршрут коммивояжера (121):

Путь: 10+8+18+18+15+16+9+27=121